معالجة تحليلية وحسابية لمسألة الأجسام الثلاثة المقيدة وتطبيقاتها

إعداد
نوره بنت صائل الحارثي

إشراف
د. محمد عادل شرف
د. مجدي الصفطاوي

المستخلص

تدرس الأطروحة الحالية الحلول العددية والتحليلية لمشكلة الأجسام الثلاثة المشروطة ذات الصلة بديناميكا الأقمار الصناعية و الطبيعية وذلك من خلال أربعة أبواب رئيسية.
تم تخصيص الباب الأول لاستعراض الأعمال ذات الإضافة العلمية التي تمت خلال التاريخ الطويل للمسألة.
للأوجه التحليلية تم تخصيص كلا من الباب الثاني والثالث. في الباب الثاني تم تطوير حلول "لاجرانج" ألمثلثيه والخطية وكذلك المخروطية باستخدام كيناماتيكا محاور الإحداثيات الدوارة كما تم أيضاً تشييد حلول تحليلية رمزية لمعادلة "لاجرانج" ذات الدرجة الخامسة باستخدام معكوس متسلسلة القوى والتي تم تطبيقها في حالة مركبة فضائية تتحرك في المجال الجذبي للأرض والقمر.
أما في الباب الثالث فقد تم اشتقاق أربعة مجموعات من معادلات الحركة الممثلة لمشكلة الأجسام الثلاثة المشروطة الدائرية المستوية. كما تم صياغة دالة "هاملتون" ودالة "لاجرانج" للمسألة العامة للأجسام الثلاثة المشروطة. كما تم في هذا الباب ،اعتمادا على الحل الرمزي التحليلي لمعادلة "لاجرانج"، حساب مواقع نقاط أتزان "لاجرانج" الخمسة بالإضافة إلي دراسة أتزان تلك النقاط باستخدام طريقة مصفوفة القيم الحدية (Eigen values) وكذلك توضيح ثلاث تطبيقات لتكاملات "جاكوبي" ألا وهي:-

- معيار "تسراند" للتحقق من مدارات المذنبات.
- التذبذب الخطي للكتل متناهية الصغر.
- أسطح انعدام السرعة النسبية.

وفي نهاية الباب تم صياغة حل مشكلة الأجسام الثلاثة الدائرية المستوية في صورة متسلسلة قوى ذات العوامل الرمزية بعد اختزال المعادلات التفاضلية للحركة إلى الدرجة الثانية.
وقد خصص الباب الرابع للتطبيقات العددية وذلك من خلال استعراض وتحليل ثلاث موضوعات أساسية محل الاهتمام في مسألة الأجسام الثلاثة المشروطة الدائرية المستوية وهي:

- شرعية فروض مسألة الأجسام الثلاثة المشروطة الدائرية المستوية.

- القيم المحتملة لمعامل الكتلة " μ ".
- الشكل التطبيقي لمعادلات الحركة.

وفي نهاية الباب تم تطبيق مشكلة الأجسام الثلاثة على أجسام المجموعة الشمسية من خلال شقين أساسيين. الشق الأول يتناول ديناميكا الكواكب ممثلة في الكويكبات الطروادية و الرنين المداري لكل من مدارات الكويكبات "هيلدا" و "ثولي" وأيضاً مداري "بلوتو" و"نبتون". أما الشق الثاني يمثل في تطبيق مشكلة الأجسام الثلاثة المشروطة في دراسة أسطح تساوي الجهد لمسألة الجسمين.

Analytical and Computational Treatment of the Restricted Three-Body Problem and its Applications

By

Noura Sail Al-Harthi

Supervised By
Dr. Mohammed Adel Sharaf
Dr. Magdy AL-Saftawy

Abstract

The present thesis explores the analytical and numerical aspects of the restricted three body problem that are of relevance to the orbital dynamics for artificial satellites as well as for planetary bodies.

For the analytical aspects, which are the subjects of the first two chapters .In the Chapter I, we developed Lagrange's equilateral triangle solution, straight line solutions and conic section solution on the bases of the kinematics in rotating coordinates. Also, symbolic analytical solutions to Lagrange's quintic equation was established using series reversion of power series. These, symbolic solutions are applied to Earth-Moon-Spacecraft system. In Chapter II, four set of the equations of motion are derived for the planar restricted circular three-body problem. Also, Lagrangian and Hamiltonian functions are listed for the restricted three body problem. Computation algorithm for the location of the Lagrangian points is also developed on the bases of , symbolic solutions of Lagrange's quintic equation. Stability analysis of the five Lagrangian points is studied in detailed using matrix eigenvalue problem .Three developed, these applications are applications of the Jacobi's integral were also:

♦Tisserand's criterion for the identification of comets.
♦Rectilinear oscillation of an infinitesimal mass.
♦ Surfaces of zero relative velocity.

Moreover, the reduction of the differential equations of motion to the second orders is also developed. Finally, power series solution of the

planer restricted three –body problem is established, and some symbolic expressions for the power series coefficients are also given.

For the numerical applications aspects which are the subjects of Chapter IV. In this chapter, we discussed first three basic aspects concerning the applications of the planar restricted circular three-body problem, these are:

♦ The validity of the planar restricted circular three-body problem,

♦ The possible values of the mass parameter μ,and

♦ The practical form of the equations of motion

We then developed some important realistic applications of the third body problem in the solar system. These applications are divided into two categories, the first category is devoted to the planetary dynamics, for which we consider:

1- The Trojan Asteroids.

2- Orbit-Orbit Resonances for:

a-Hilda and Thule asteroids.

b-Pluto/Neptune.

While, the second category, is devoted to the applications of the restricted problem for equipotential surfaces of the two-body problem.