المعالجة العددية لحل معادلات تكاملية مختلطة شاذة ومعادلات تكاملية ـ تفاضلية

إعداد

منال بنت محمد بن مصلح القرني

الرسالة مقدمة لنيل درجة الدكتوراه في العلوم (رياضيات)

إشراف

أ.د. فتحية أحمد عبد الرزاق الهندي

قسم الرياضيات, كلية العلوم

جامعة الملك عبد العزيز- جدة

المملكة العربية السعودية

١٤٣٨هـ / ٢٠١٧

مستخلـص

في هذه الأطروحة استخدمنا بعض الطرق العددية الحديثة وذلك بهدف الحصول على حلول تقريبية لمعادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية المختلطة من النوع الثاني سواء خطية أو غير الخطية ذات نواة متصلة وشاذة وكذلك حل معادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية – التفاضلية المختلطة من النوع الثاني خطية وغير الخطية ذات النواة المتصلة.

وتتكون هذه الأطروحة من جزئين رئيسيين ، الجزء الأول يعالج معادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية المختلطة باستخدام بعض الطرق العددية الحديثة ويتكون من أربعة فصول ، أما الجزء الثاني فيحتوي على فصلين قدمنا فيهما معادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية ـ التفاضلية المختلطة من النوع الثاني ووضحنا كيفية حل هذه الأنواع من المعادلات باستخدام بعض الطرق العددية الحديثة وهي طريقة أدومين للتجزئة ، طريقة التغاير التكرارية وطريقة الهوموتوبي المضطربة حيث تتميز هذه الطرق بسهولة تطبيقها وكفاءتها في الحصول على نتائج عددية دقيقة ذات خطأ صغير. وقد درسنا في هذه الأطروحة وجود ووحداوية الحل للمعادلات قيد الدراسة وكذلك تقارب الطرق العددية التي تم استخدامها في الحل ، كما قمنا بإثبات العلاقة بين طريقتي أدومين للتجزئة وطريقة الهوموتوبي المضطربة ووجدنا أن الطريقتين متكافئتين. أيضا قمنا بحل معادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية المختلطة ذات النواة الشاذة وذلك باستخدام طريقتي لابلاس أدومين للتجزئة وطريقة لابلاس هوموتوبي المضطربة وفي النتائج المقدمة في هذه الأطروحة أثبتنا كفاءة وفاعلية ودقة هاتين الطريقتين وتكافؤهما .

كما تحتوي هذه الأطروحة على دراسة تفصيلية لازدواج طريقة التغاير التكرارية مع طريقة أدومين للتجزئة باستخدام كثيرات حدود أدومين بالصيغة التقليدية والصيغة المعجلة والمقارنة بينهما ، وكذلك ازدواج طريقة التغاير التكرارية مع طريقة الهوموتوبي المضطربة باستخدام كثيرات حدود هي (He's) بالصيغة التقليدية والصيغة المعجلة والمقارنة بينهما وذلك لحل معادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية – التفاضلية المختلطة غير الخطية ذات النواة المتصلة . وتثبت النتائج العددية المقدمة كفاءة وفاعلية هذه الطرق في حل مثل هذا النوع من المعادلات .

وقد نتج من هذه الأطروحة سبعة أوراق علمية ، تفاصيل هذه الأوراق العلمية كما يلي:

١. مقارنة بين طريقة أدومين للتجزئة وطريقة المصفوفات المتراصة لحل معادلة تكاملية مختلطة خطية بنواة هلبرت ، (٢٠١٦) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ، American Journal of Computational Mathematics ، العدد ٦ ، الصفحات ١٧٧ -١٨٣ .

٢. المعالجة العددية لمعادلة فولتيرا – فريدهولم التكاملية غير الخطية ذات النواة الشاذة المعممة ، (٢٠١٦) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ، American Journal of Computational Mathematics ، العدد ٦ ، الصفحات ٢٤٥ -٢٥٠ .

٣. الحل العددي لمعادلات تكاملية مختلطة غير الخطية بنواة فولتيرا الشاذة ، (٢٠١٦) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ، Int . J. Adv. Appl. Math. and Mech. ، العدد ٣ ، الصفحات ٤١ - ٤٨.

٤. الحل العددي لمعادلة تكاملية مختلطة غير الخطية بنواة كوشي المعممة ، (٢٠١٧) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ، Applied Mathematics ، العدد ٨ , الصفحات ٢٠٩-٢١٤.

٥. طريقة الهوموتوبي المضطربة لحل معادلة فولتيرا – فريد هولم التكاملية غير الخطية بنواة فولتيرا الشاذة ، (٢٠١٧) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ، Far East Journal of Applied Mathematics ، قبل للنشر.

٦. طريقة التغاير أدومين للتجزئة لحل معادلات فولتيرا – فريد هولم التكاملية – التفاضلية غير الخطية في بعدين ، (٢٠١٧) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ، مرسل للنشر.

٧. طريقة الهوموتوبي المضطربة المعجلة لحل معادلات فولتيرا – فريد هولم التكاملية – التفاضلية غير الخطية في بعدين ، (٢٠١٧) ، إعداد: فتحية الهندي و منال القرني ،ADV MATH PHYS ، قبل للنشر.

Numerical Treatment for Solving Singular Mixed Integral Equations and Integro-Differential Equations

Submitted by
MANAL MOHAMMED MUSLEH AL-QARNI

Supervised by
Prof. Dr. FATHEAH AHMAD ALHENDI

Thesis Submitted in Partial Ful_lment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Mathematics

Factually of Science,
King Abdulaziz University
Saudi Arabia
1438 A.H. - 2017 A.D.

ABSTRACT

Our goal in this thesis is to obtain an approximate solution of the mixed two dimensional Volterra-Fredholm integral equations and integro-differential equations by using methods recently developed. The contents of the thesis are divided into two parts. Part I contains four chapters that handle the linear and nonlinear integral equations by using the modern mathematical methods. Part II contains two chapters that handle the linear and nonlinear integro -differential equations and also use the modern mathematical methods, that are

1) Adomian decomposition method (ADM).
2) Variational iteration method (VIM).
3) Homotopy perturbation method (HPM).

So we presented a detailed study of the recently developed methods, namely the ADM, VIM, and HPM and that used to handle the mixed Volterra-Fredholm integral equation (V-FIE) and Volterra-Fredholm integro-differential equation (V-FIDE). We proved the existence and uniqueness of solution of mixed V-FIE and V-FIDE, convergence of the ADM, VIM and HPM are proved.

Also we presented a detailed study of the coupling of VIM with ADM for solving nonlinear mixed V-FIDE. In this approach, a new formula is called variational Adomian decomposition method (VADM) and variational accelerated Adomian decomposition method (VAADM), based on form of Adomian polynomials and on form of accelerated Adomian polynomials. Also we presented a detailed study of the coupling of VIM with HPM for solving nonlinear mixed V-FIDE. In this approach, a new formula is called variational homotopy perturbation method (VHPM) and variational accelerated homotopy perturbation method (VAHPM), this approach based on form He's polynomials and on form of accelerated He's polynomials. The existence solution and convergence of iterative methods are proved. We considered and discussed many numerical examples to illustrate the validity and efficiency of these methods.

The outcome of this thesis is written in seven published papers their details are as follows:

(1) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2016), Comparison Between Adomian's Decomposition Method and Toeplitz Matrix Method for Solving Linear Mixed Integral Equation with Hilbert Kernel, American Journal of Computational Mathematics, 6, 177-183.

(2) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2016), Numerical Treatment of Nonlinear Volterra-Fredholm Integral Equation with A Generalized Singular Kernel, American Journal of Computational Mathematics, 6, 245-250.

(3) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2016), Numerical Solution of Nonlinear Mixed Integral Equations with Singular Volterra Kernel , Int. J. Adv. Appl. Math. and Mech. 3(4), 41-48.

(4) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2017), Numerical Solution of Nonlinear Mixed Integral Equation with A Generalized Cauchy Kernel , Applied Mathematics, 8, 209-214 .

(5) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2017), The Homotopy Perturbation Method for Solving Nonlinear Volterra-Fredholm Integral Equation with Singular Volterra Kernel, Far East Journal of Applied Mathematics, Accepted.

(6) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2017), The Variational Adomian Decomposition Method for Solving Nonlinear Two-Dimensional Volterra -Fredholm Integro-Differential Equations, Submitted for publication .

(7) Hendi, F. A. and Al-Qarni, M. M. (2017), An Accelerated Homotopy Perturbation Method for Solving Nonlinear Two- Dimensional Volterra-Fredholm Integro-Differential Equations, ADV MATH PHYS, Accepted.